# PREPARATORIA ABIERTA PUEBLA

## DESCOMPOSICIÒN Y COMPOSICIÒN RECTANGULAR DE VECTORES

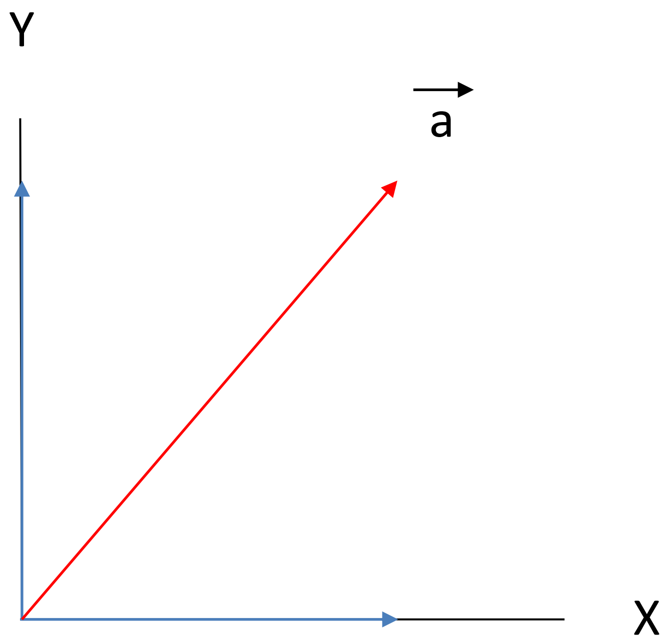
ELABORÓ

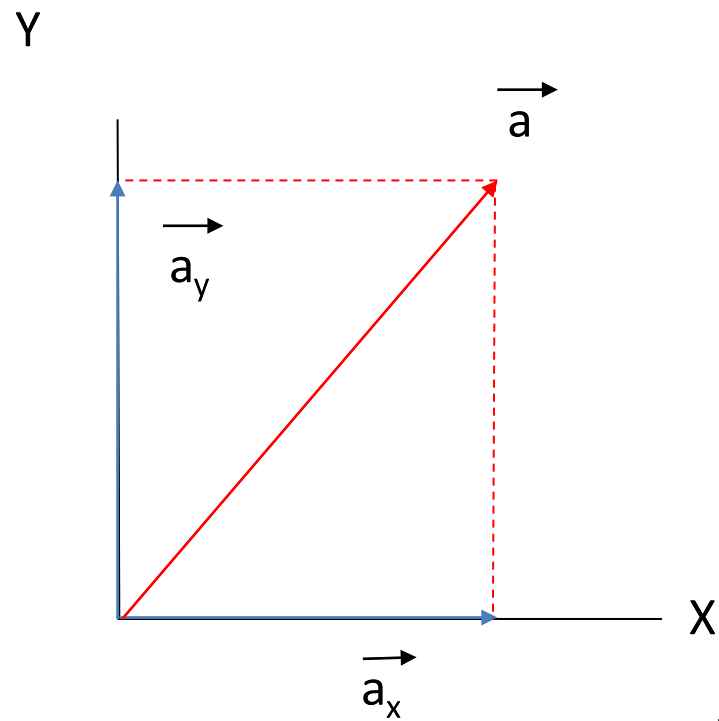
LUZ MARÍA ORTIZ CORTÉS

# Descomposición y composición rectangular de vectores

- Un sistema de vectores que contenga un número mayor o menor de vectores que otro equivalente, puede sustituirlo.
- Si el sistema equivalente tiene un número mayor de vectores, el procedimiento se llama **descomposición** y si tiene un número menor, el procedimiento se llama **composición.**
- En la figura se observa que el punto de aplicación del vector $\vec{a}$ se ha colocado en el origen de un sistema de coordenadas cartesianas o coordenadas rectangulares. Si se traza una línea perpendicular hacia el eje de las **x** y otra hacia el eje de las **y** a partir del extremo del vector $\vec{a}$, los vectores $\vec{a}_x$ y $\vec{a}_y$, formados, se llaman componentes del vector a y al proceso se le llama **descomposición de un vector en sus componentes rectangulares**. Se llaman rectangulares (o perpendiculares) porque las componentes forman entre sí un ángulo recto (90°).

# Descomposición de un vector en sus componentes rectangulares



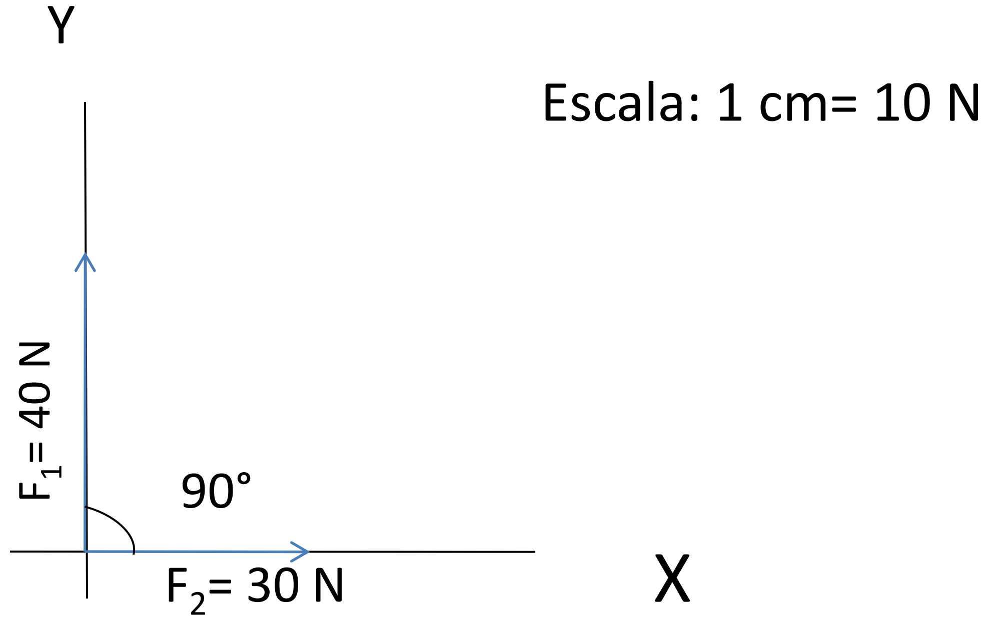




Vector $\vec{a}$ cuyo punto de aplicación se ha colocado en el origen de un sistema de coordenadas cartesianas.

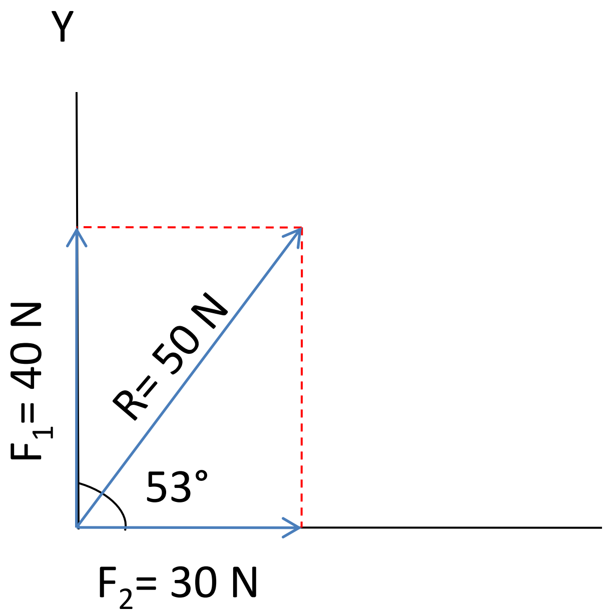
Descomposición del vector $\vec{a}$ en sus componentes rectangulares.

# Problema resuelto

1. Dadas las componentes rectangulares o perpendiculares de un vector, encontrar el vector resultante, por el método gráfico y analítico. Encontrar también el ángulo que forma la resultante con respecto al eje horizontal.



# PROBLEMAS RESUELTOS



# PROBLEMA RESUELTO

- Solución por el método gráfico del Paralelogramo:

  Para encontrar el vector resultante, es decir, aquel vector capaz de sustituir un sistema de vectores se aplica el método gráfico, basta con trazar primero las componentes $\overrightarrow{F_1}$ y $\overrightarrow{F_2}$, utilizando una escala apropiada y después una paralela a $\overrightarrow{F_1}$ a partir de $F_2$, y una paralela a $F_2$ a partir de $F_1$. La resultante será la línea que une el origen de los dos vectores con el punto donde hacen intersección las dos paralelas. Este método se llama del **paralelogramo**, porque se forma un cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos.

# Problemas resueltos

- La resultante tiene su origen en el mismo punto que las componentes. Se mide la longitud de la resultante, que es de 5 cm aproximadamente, que equivalen a 50 N, y el ángulo que forma la resultante con la horizontal es de: 53°. Si se desea que el sistema quede en equilibrio será necesario tener un vector de la misma longitud y dirección que la resultante pero de sentido  contario, a este vector se le llama equilibrante.

# Problemas resueltos

- Solución por el método analítico:

  La magnitud de la resultante $\vec{R}$ por el método analítico se determina empleando el teorema de Pitágoras en el que se considera a $\vec{R}$ como la hipotenusa y a $F_1$ y $F_2$ como los catetos:

  $$c^2 = a^2 + b^2$$

  $$c = \sqrt{(40\ N)^2 + (30\ N)^2} = 50\ N$$

  $$\boxed{c = \vec{R} = 50\ N}$$

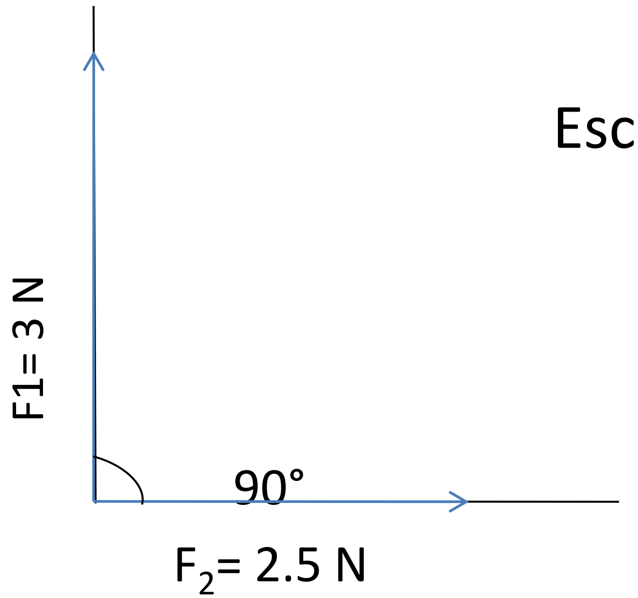
  Para encontrar el valor del ángulo que forma la resultante con la horizontal, se utiliza la función tangente:

  $$\tan \Theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{40\ N}{30\ N} = 1.333$$

  El ángulo cuya tangente es 1.333 = $\boxed{\Theta = 53.1\ °}$

# PROBLEMAS RESUELTOS

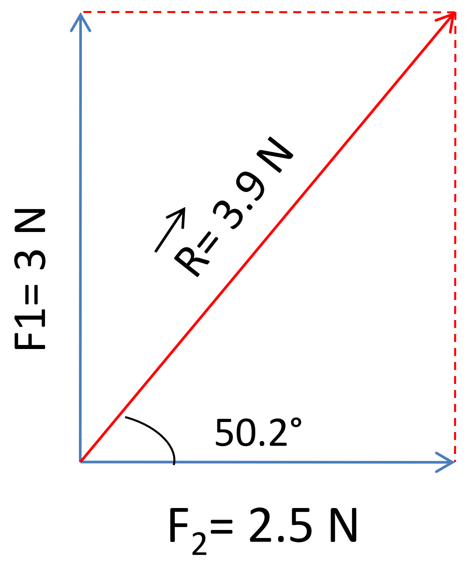
2. Por el método gráfico y analítico hallar la magnitud del vector resultante y el ángulo que forma con el eje horizontal.




Escala: 1 N= 1 cm

# Problemas resueltos

- Por el método gráfico se utiliza el método ya descrito del Paralelogramo, quedando de la siguiente manera:



# Problemas resueltos bien último

- Por el método analítico:

Se emplea el Teorema de Pitágoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Siendo $c$ = hipotenusa= $\vec{R}$; $a$ y $b$= catetos

Sustitución:

$$c = \sqrt{(3\ N)^2 + (2.5\ N)^2} = 3.9\ N =$$

$$\boxed{c = \vec{R} = 3.9\ N}$$

El ángulo que forma la resultante con la horizontal se determina con la función tangente:

$$\tan \Theta = \frac{\text{cat op}}{\text{cat ady}} = \frac{3\ \cancel{N}}{2.5\ \cancel{N}} = 1.2$$

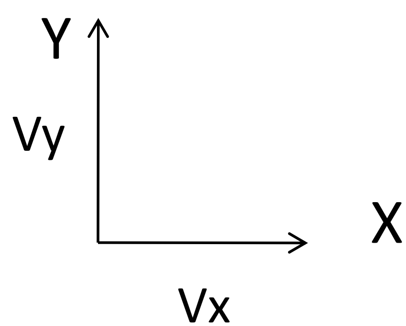
El ángulo cuya tangente es 1.2= 50.2°

$$\boxed{\Theta = 50.2°}$$

# PROBLEMAS RSUELTOS

3. En la figura se muestran las componentes $\overrightarrow{Vx}$ y $\overrightarrow{Vy}$ de un vector $\overrightarrow{V}$.

   Suponiendo que Vx= 12 m y $\overrightarrow{Vy}$= 16 m. Determine la magnitud de $\overrightarrow{V}$ , así como el ángulo que forma con la horizontal.



# PROBLEMAS RESUELTOS

b) Por el método analítico:

$$\vec{V}^2 = (12\text{ m})^2 + (16\text{ m})^2 = 400\text{ m}^2$$

$$\vec{V} = \sqrt{400\text{ m}^2} = 20\text{ m}$$

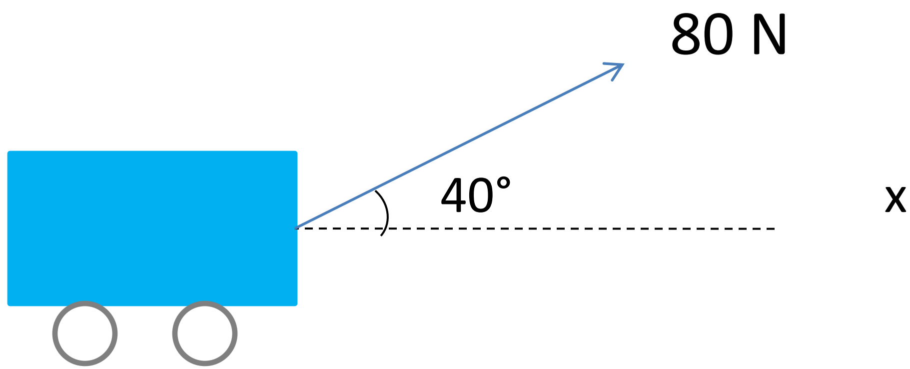
Para determinar el ángulo que la resultante forma con la horizontal se utiliza la función tangente:

$$\tan = \frac{\text{cat op}}{\text{cat ady}} \qquad \tan = \frac{V_y}{V_x} \qquad \tan = \frac{16\text{ m}}{12\text{ m}} \qquad \tan = 1.333$$

ángulo Ө cuya tangente= 1.33 $\qquad \theta = 53°$

# PROBLEMAS RESUELTOS

4. Con una cuerda un niño jala un carro con una fuerza de 80 N, la cual forma un ángulo de 40° con el eje horizontal, como se muestra en la figura:




a) Calcular la magnitud de la fuerza que jala al carro horizontalmente.
b) La magnitud de la fuerza que tiende a levantar al carro.

# Problemas resueltos

a) Para determinar la magnitud de la fuerza que jala al carro horizontalmente, la componente $\overrightarrow{Fx}$, se aplica la función coseno:

$$\cos \theta = \frac{\text{cat ady}}{\text{hip}}$$

Despeje:

$$\text{cat ady} = \cos \theta \ \times \text{hip}$$

Sustitución:

$$\text{cat ady} = Fx = \cos 40° \times 80\ N = 0.7660 \times 80\ N = \boxed{\overrightarrow{Fx} = 61.28\ N}$$

# PROBLEMAS RESUELTOS

b) Para determinar la fuerza que tiende a levantar al carro $\overrightarrow{Fy}$, se aplica la función seno:

$$\text{seno } \Theta = \frac{\text{cat op}}{\text{hip}}$$

Despeje:

$$\text{cat op} = \text{sen } \Theta \times \text{hip}$$

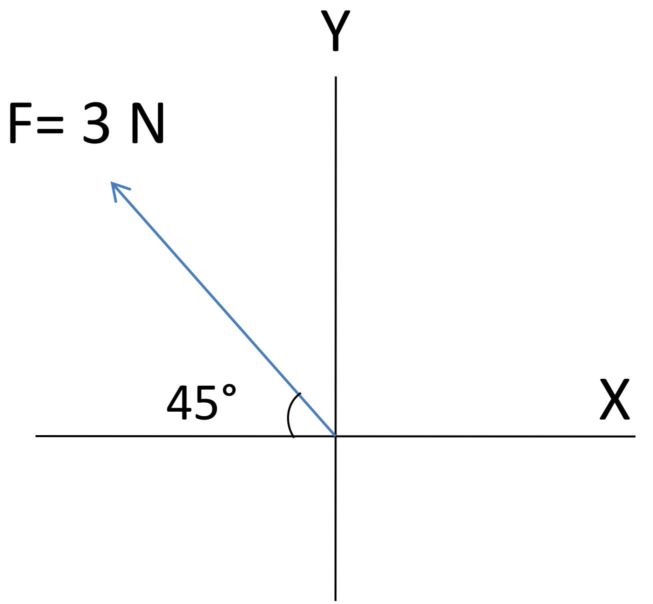
Sustitución:

$$\text{cat op} = \overrightarrow{Fy} = \text{sen } 40° \times 80 \text{ N}$$

$$\overrightarrow{Fy} = 0.6428 \times 80 \text{ N} = \boxed{\overrightarrow{Fy} = 51.4 \text{ N}}$$

# PROBLEMAS RESUELTOS

5. Encontrar en forma gráfica y analítica las componentes rectangulares o perpendiculares del siguiente vector:

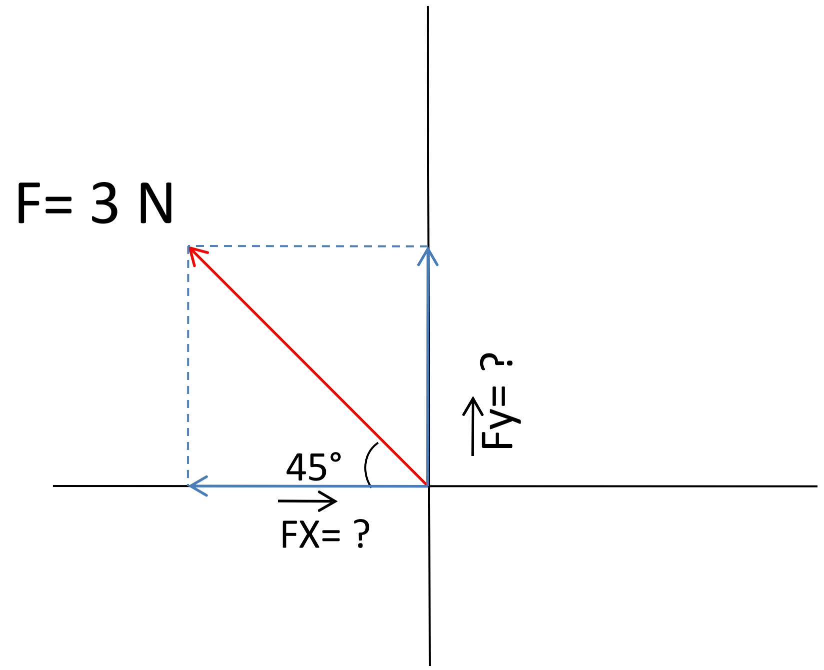



Escala 1 cm= 1 N

# SOLUCIÓN

- En forma gráfica:

Escala: 1 N= 1 cm



# PROBLEMAS RESUELTOS

- Para determinar las componentes rectangulares del vector se aplican funciones trigonométricas. Para la componente $\overrightarrow{Fx}$, que es el cateto adyacente al ángulo de 45°, se aplica la función coseno:

$$\cos \Theta = \frac{\text{cat ady}}{\text{hip}} \qquad \text{cat ady} = \overrightarrow{Fx}, \qquad \text{hip} = F$$

Despeje:

$$\text{cat ady} = \text{hip} \times \cos \Theta \qquad \overrightarrow{Fx} = -F \times \cos 45°$$

Sustitución:

$$\overrightarrow{Fx} = -3\text{ N} \times 0.7071$$

$$\overrightarrow{Fx} = -2.12\text{ N}$$

el signo menos se debe a que su sentido es a la izquierda

# Problemas resueltos

- Para determinar la componente $\vec{Fy}$, que es el cateto opuesto al ángulo de 45°, se aplica la función seno:

$$\text{seno } \Theta = \frac{\text{cat op}}{\text{hip}} \qquad \text{cat op} = \vec{Fy} \qquad \text{hip} = F$$

Despeje:

cat op= seno Ө x hip

Sustitución:

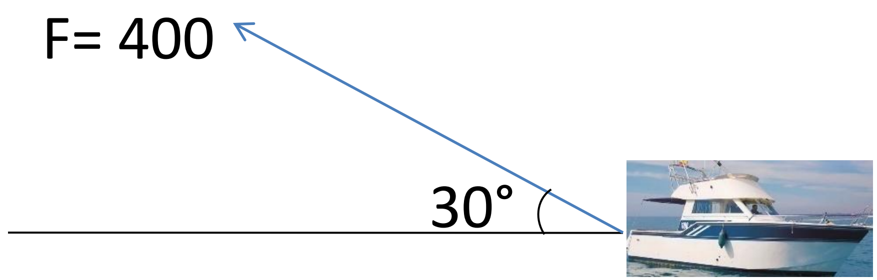
Fy= sen 45° x F = 2.12 N

Fy= 0.7071 x 3 N= 2.12 N

$\boxed{\text{Fy} = 2.12 \text{ N}}$

# Problemas resueltos

6. Con ayuda de una cuerda, se jala un bote aplicando una fuerza cuya magnitud es de 400 N, la cual forma un ángulo de 30° con el eje horizontal, como se ve en la figura:




a) Determinar con el método analítico la magnitud de la fuerza que jala al bote horizontalmente.
b) Calcular en forma analítica la magnitud de la fuerza que tiende a levantar al bote.

# Problemas resueltos

a) Para determinar la fuerza que jala al bote horizontalmente por el método analítico, se aplica la función coseno:

$$\text{coseno } \Theta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

Siendo el cateto adyacente= Fx, hipotenusa= F= 400 N

Despejando:

cat ady= hip x cos Θ  Fx= -F x cos 30°

Sustituyendo:

Fx= -400 N x 0.8660= **Fx= -346.4 N**

El signo negativo se debe a que el sentido de la fuerza es hacia la izquierda.

# Problemas resueltos

b) Para calcular la magnitud de la fuerza que tiende a jalar al bote Fy, se aplica la función seno:

$$\text{seno } \Theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}, \quad \text{cateto opuesto} = Fy$$

Siendo cateto opuesto= Fy, hipotenusa= F= 400 N

Despejando:

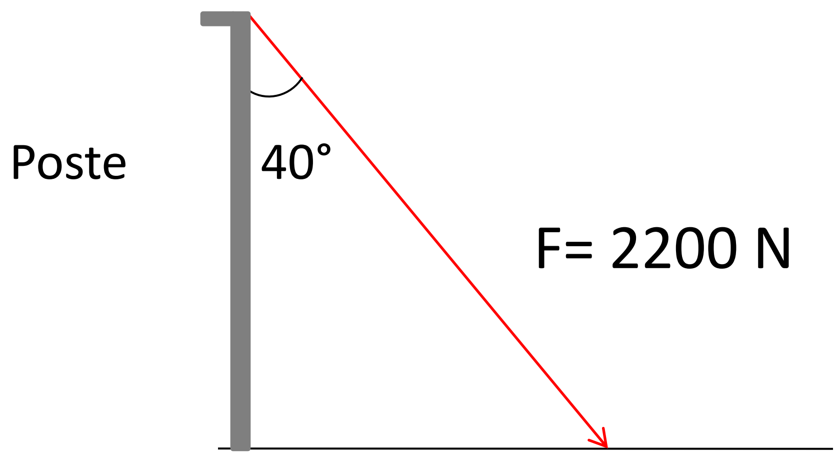
cateto opuesto= Fy= seno 30° x hipotenusa

Sustituyendo:

Fy = 0.5 x 400 N= **Fy= 200 N**

# Problemas resueltos

7. Determinar gráfica y analíticamente las magnitudes de las componentes rectangulares o perpendiculares de la fuerza de 2200 N que ejerce el cable para sostener un poste, como se aprecia en la figura:



# Problemas resueltos

- Por el método analítico:

Se aplica la función seno para determinar la magnitud de $\overrightarrow{Fx}$ que en este caso es el cateto opuesto al ángulo, de acuerdo a la figura:

$$\text{sen } \Theta = \frac{\text{cat op}}{\text{hip}}$$

Despejando:

$$\text{cat op} = \text{sen } \Theta \times \text{hip}$$

Sustituyendo:

$$\text{cat op} = Fx = \text{sen } 40° \times 2200\ N = 0.6428 \times 2200\ N =$$

$$\boxed{Fx = 1414.16\ N}$$

# Problemas resueltos

Para determinar la magnitud de la componente rectangular $\vec{Fy}$, que en este caso corresponde al cateto adyacente al ángulo se aplica la función coseno:

$$\cos \Theta = \frac{\text{cat ady}}{\text{hip}} \qquad \text{hip= F} \qquad \text{cat ady= Fy}$$

Despejando:

cat ady= hip x cos 40°  Fy= -F x cos 40°

Sustituyendo:

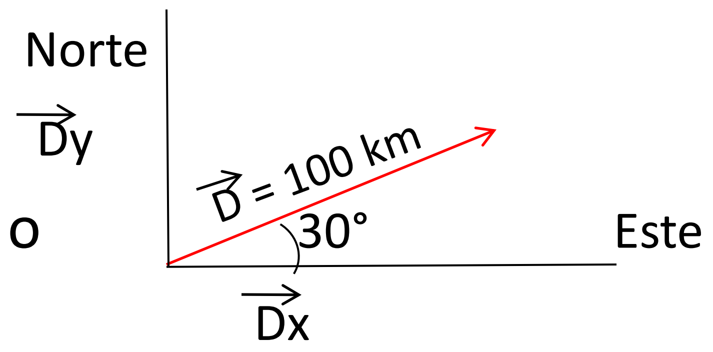
Fy= -2200 N

Fy= -2200 N x 0.7660

$\boxed{\text{Fy= -1685.2 N}}$ el signo negativo porque la fuerza es hacia abajo.

# Problemas resueltos

8. Un cuerpo que experimenta un desplazamiento $\vec{D}$ de 100 km según un ángulo de 30° como se muestra en la figura.




Calcular las componentes $\vec{Dx}$ y $\vec{Dy}$ de tal desplazamiento.

# Problemas resueltos

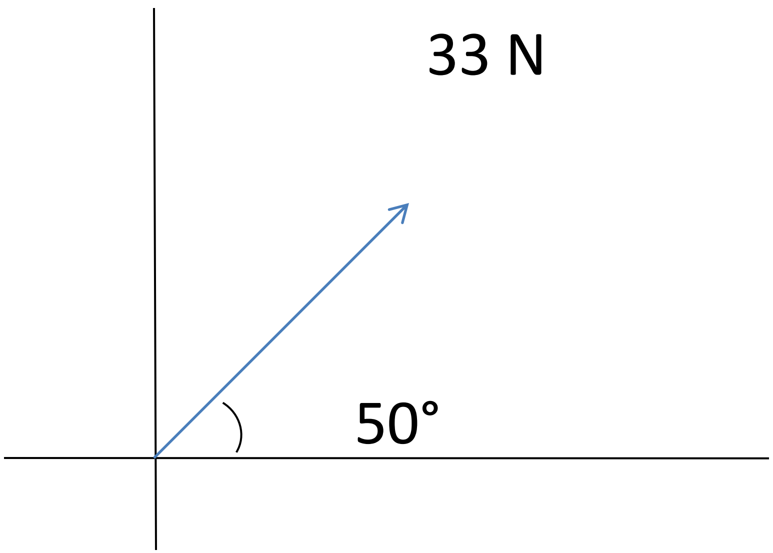
- Por el método analítico, se calculan las componentes rectangulares de la siguiente manera:

  $\vec{Dx}$= D cos Ɵ = Dx= 100 km x cos 30°= 100 km x 0.87= 87 km

  $\vec{Dy}$= Dsen Ɵ = Dy= 100 km x sen 30°= 100 km x 0.50= 50 km

# Problemas resueltos

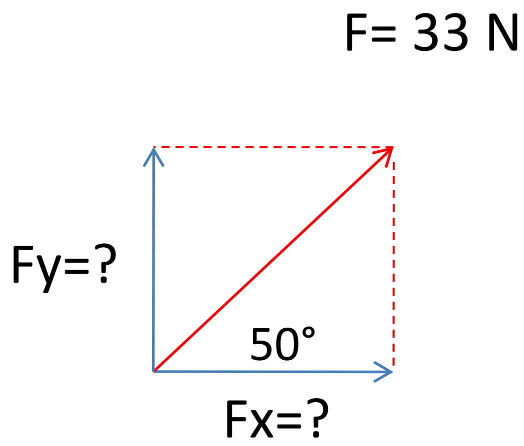
9. Encontrar por el método gráfico y analítico las componentes rectangulares o perpendiculares del siguiente vector:



# Problemas resueltos

- Por el método gráfico:

Escala: 1 cm= 10 N




Al medir la longitud de las componentes con una regla, y de acuerdo a la escala establecida, se encuentra que miden:

Fx= 2.1 cm= 21 N; Fy=2.5 cm= 25 N

# Problemas resueltos

- Por el método analítico se utilizan las funciones trigonométricas, considerando que: la componente Fx= cateto adyacente al ángulo, la componente Fy= cateto opuesto al ángulo, F= hipotenusa.

$$\text{sen teta} = \frac{\text{cate op}}{\text{hip}} \qquad \text{sen } 50° = \frac{Fy}{F}$$

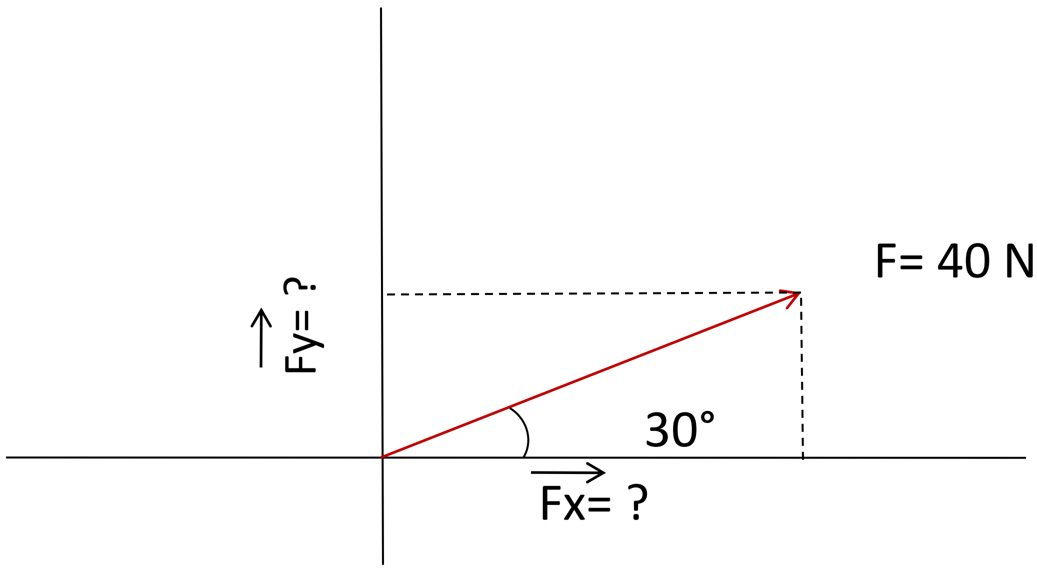
Despejando:

$$Fy = \text{sen } 50° \times F \qquad Fy = 0.7660 \times 33\ N = 25.28\ N$$

$$Fx = \cos 50° \times F \qquad Fy = 0.64278 \times 33\ N = 21.21\ N$$

# Vectores

10. Encontrar gráfica y analíticamente las componentes rectangulares del vector de la fig.



# Problemas resueltos

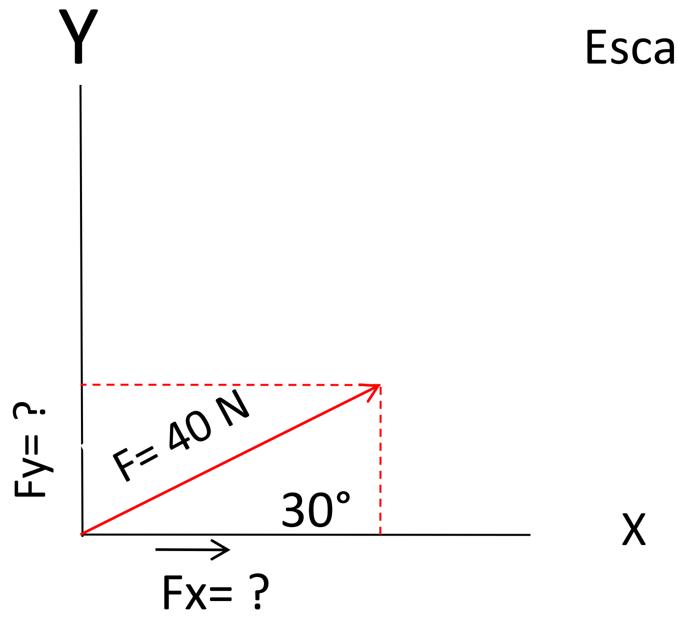
- Para encontrar de manera gráfica las componentes rectangulares o perpendiculares del vector, primero se establece la escala apropiada: 1 cm= 10 N. Se traza el vector al medir el ángulo de 30° con el transportador y después se traza, a partir del extremo del vector, una línea perpendicular hacia el eje de las X y otra hacia el eje de las Y. En el punto de intersección del eje X, quedará el extremo del vector componente $\overrightarrow{F_x}$. En el punto de intersección del eje Y quedará el extremo del vector componente $\overrightarrow{F_y}$. El origen de los dos componentes será el mismo que tiene el vector F= 40 N, el cual se está descomponiendo.

# Problemas resueltos

- Para encontrar la magnitud de la componente en X del vector F o sea Fx se mide con la regla la longitud y de acuerdo con la escala se encuentra su magnitud, aproximadamente 3.4 cm que representan a 34 N. Para encontrar la magnitud de la componente en Y del vector $\vec{F}$, o sea, $\vec{Fy}$ se mide con regla la longitud, y de acuerdo a la escala se encuentra su magnitud. En este caso es de aproximadamente 2 cm que representan 2N.

# PROBLEMAS RESUELTOS

Solución por el método gráfico:




Escala: 1 cm= 10 N

Fx= 34 N

Fy= 20 N

# Problemas resueltos

- Por el método analítico se aplican las funciones trigonométricas correspondientes, considerando que el vector $\overrightarrow{Fx}$ es el cateto adyacente al ángulo Θ y el vector $\overrightarrow{Fy}$ es el cateto opuesto a dicho ángulo y el vector resultante $\overrightarrow{F}$ corresponde a la hipotenusa. Por los que las funciones a utilizar serán:

$$\text{sen } \Theta = \frac{\text{cat op}}{\text{hip}}$$

$$\cos \Theta = \frac{\text{cat ady}}{\text{hip}}$$

# Problemas resueltos

$$\text{sen}\ \Theta = \frac{\text{cat op}}{\text{hip}} = \frac{\overrightarrow{Fy}}{\overrightarrow{F}}$$

Despejando:

cat op= Fy= sen 30° x hip

cat op= Fy= 0.5 x 40 N = 20 N

$$\cos \Theta = \frac{\text{cat ady}}{\text{hip}} = \frac{\overrightarrow{Fx}}{\overrightarrow{F}}$$

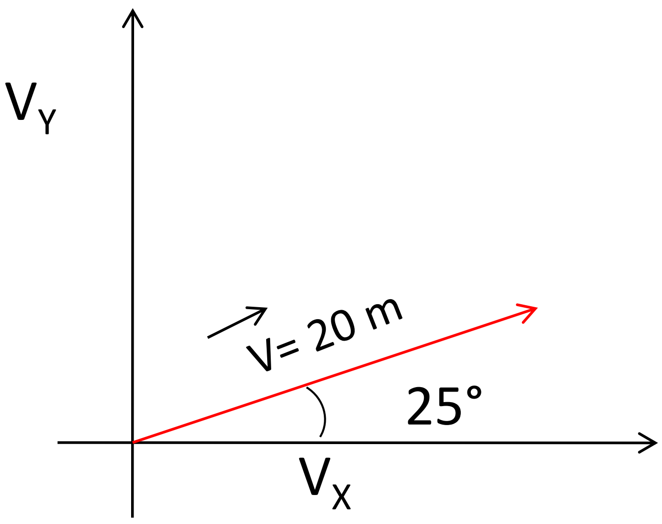
Despejando:

cat ady= Fx= cos 30° x hip

cat ady= Fx= 0.8660 x 40 N= 34.64 N

# Problemas resueltos

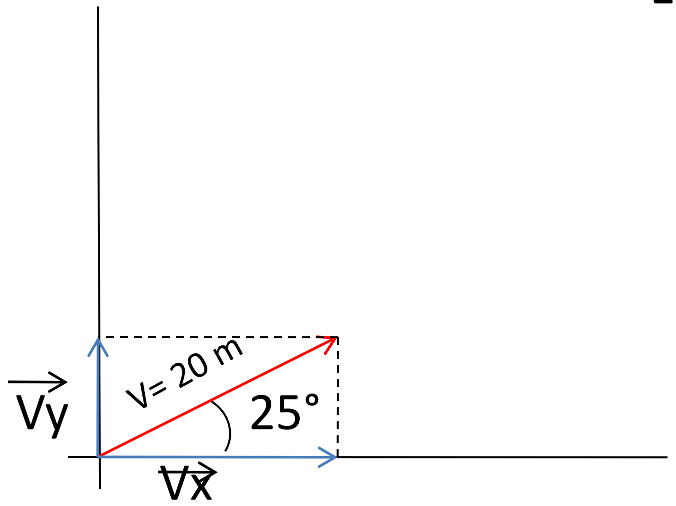
11. El vector $\vec{V}$ que se muestra en la fig. representa un desplazamiento cuya magnitud es V= 20 m. Calcular $V_x$ y $V_Y$ si el ángulo que el vector V forma con $V_X$ es de 25°. Utilizar los métodos gráficos y analíticos.



# Problemas resueltos

- Por el método gráfico:

Escala: 1 cm= 10 m




Al medir con la regla, de acuerdo a la escala: Vx = 0.8 cm= 8 m
Vy= 1.8 cm= 18 m

# Problemas resueltos

sen ϴ= $\frac{\text{cat op}}{\text{hip}}$

$V_y$ = V sen ϴ

$V_y$ = 20 m x sen 25°

$V_y$ = 20 m x 0.4226

Vy= 8.452 m

cos ϴ= $\frac{\text{cat ady}}{\text{hip}}$

$V_X$= V cos ϴ

$V_X$= 20 m x cos 25°

$V_X$= 18.126 m

Con el método analítico se obtienen valores más exactos.

# Problemas resueltos

12. La magnitud resultante de la suma de dos velocidades perpendiculares equivale a 100 m/s. Si una de las velocidades tiene una magnitud de 60 m/s, calcular la magnitud de la otra.

- Para encontrar la magnitud de la velocidad desconocida se aplica el teorema de Pitágoras:

  $c^2 = a^2 + b^2$, donde c= hipotenusa, a y b= catetos

  Despejando uno de los catetos:

  $b^2 = c^2 - a^2$

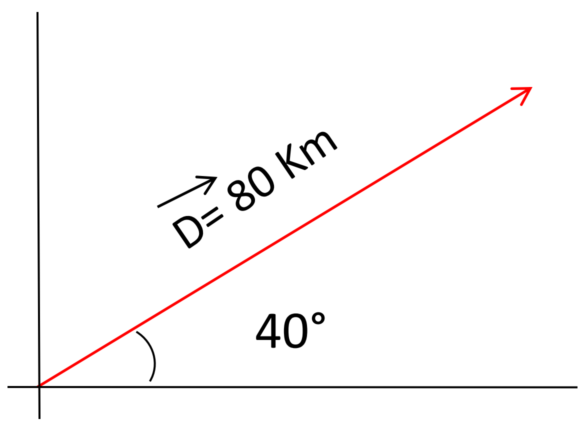
  Sustituyendo:

  $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ $\qquad b = \sqrt{(100\ m/s)^2 - (60\ m/s)^2} = 80\ m/s$

  V= 80 m/s

# Problemas resueltos

13. Un cuerpo experimenta un desplazamiento de 80 km con un ángulo de 40° con como se muestra en la figura. Con estos datos determinar los valores de las componentes rectangulares mediante el método analítico.




Escala: 1 cm= 10 km

# Problemas resueltos

- Mediante el método analítico se aplican las funciones trigonométricas.

$$\text{sen } \Theta = \frac{\text{cat op}}{\text{hip}} = \frac{Dy}{D}$$

Despejando:

Dy= D x sen Ɵ

Dy= 80 km x sen 40°

Dy = 80 cm X .642787

Dy = 51.42 km

# PROBLEMAS RESUELTOS

$$\cos \theta = \frac{\text{cat ady}}{\text{hip}} = \frac{Dx}{D}$$

$Dx = D \times \cos \theta$

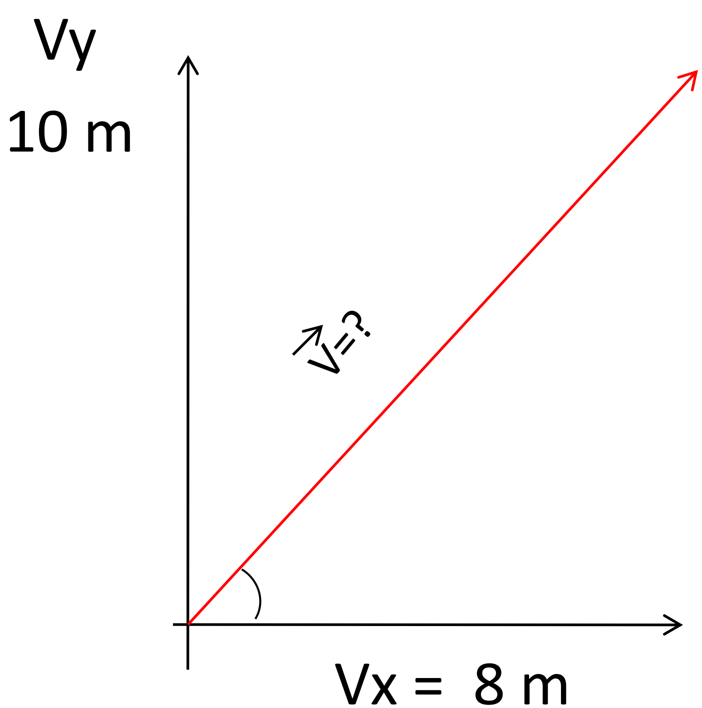
$Dx = 80\ Km \times \cos 40°$

$Dx = 80\ Km \times .7660$

$Dx = 61.28\ Km$

# Problemas resueltos

14. Sabiendo que los valores de $\overrightarrow{Vx}$ es de 8 m y el de $\overrightarrow{Vy}$ es de 10 m, determinar el valor de $\overrightarrow{V}$ mediante el método analítico.




Escala: 1 cm= 1 m

# Problemas resueltos

El valor de $\vec{V}$ se obtiene aplicando el Teorema de Pitágoras:

$c^2 = a^2 + b^2$

siendo $c = \vec{V}$

$a = V_X$

$b = V_Y$

$c^2 = (8\text{ m})^2 + (10\text{ m})^2$

$c^2 = 64\text{ m}^2 + 100\text{ m}^2$

$c^2 = 164\text{ m}^2$

$c = \sqrt{164\text{ m}^2}$

$c = 12.8\text{ m}$

# Problemas resueltos

- Para determinar el valor del ángulo que la resultante forma con la horizontal se utiliza la función tangente:

$$\tan = \frac{\text{cat op}}{\text{cat ady}}$$

Sustituyendo:

$$\tan = \frac{10\text{ m}}{8\text{ m}} \qquad \tan = 1.25$$

ángulo cuya tangente es 1.25= 51.3°

# Problemas resueltos

1. La magnitud resultante de la suma de dos velocidades perpendiculares equivale a 80 m/s. Si una de las velocidades tiene una magnitud de 50 m/s, calcular la magnitud de la otra.
2. Encontrar la magnitud de las componentes rectangulares Fx, si el vector resultante de 5 N forma un ángulo de 35° con la horizontal.
3. Determinar la magnitud del vector resultante así como el ángulo que forma con la horizontal, si el vector Fx= 4N y Fy= 5 N.

# Respuestas

1. R= 62.4 m/s
2. Fx= 4.095 N

   Fy= 2.8678 N
3. R= 6.4 N

   ángulo= 51.3°

# BIBLIOGRAFÍA


- Física para Bachillerato
  Pérez Montiel, Héctor.
  Editorial:  Patria
  2011

- Física general con experimentos
  Alvarenga, Beatriz. Máximo, Antonio.
  Editorial: Oxford.
  2014